

N₁ Expérience aléatoire

D Expérience aléatoire

Une **expérience aléatoire** est une expérience renouvelable dont les résultats possibles, généralement appelés issues, sont connus sans qu'on puisse déterminer lequel sera réalisé.

D Univers fini

L'**univers** d'une expérience aléatoire est l'ensemble des issues possibles appelées également résultats ou éventualités. On le note Ω .

D Cardinal de l'univers

Le **cardinal** de l'univers d'une expérience aléatoire est le nombre d'issues de cet univers. On le note **card(Ω)**

Donner les univers Ω des expériences aléatoires suivantes ainsi que leur cardinal :

1 E_1 : Lancer un dé à six faces.

2 E_2 : Lancer une pièce de monnaie.

3 E_3 : Choisir un nombre entier dans $[0; 10]$

4 E_4 : Le sexe d'un nourrisson.

N₂ Evènements

D Evènement

Une **évènement** d'une expérience aléatoire est un sous-ensemble de l'univers c'est à dire un sous-ensemble comprenant des issues.

D Union

Soient deux évènements A et B d'une même expérience aléatoire.

L'**union** des évènements A et B , notée $A \cup B$, est l'ensemble des issues qui réalise **A ou B** . On dit " A union B ".

D Intersection

Soient deux évènements A et B d'une même expérience aléatoire.

L'**intersection** des évènements A et B , notée $A \cap B$, est l'ensemble des issues qui réalise **A et B** . On dit " A inter B ".

On considère l'expérience aléatoire : "lancer un dé à six faces". Décrire les évènements suivants :

1 A : "Faire un nombre pair"

2 B : "Faire un nombre multiple de 3"

3 $A \cup B$

4 $A \cap B$

N₃ Observation des fréquences

Modèle : Loi faible des grands nombres

Lorsqu'on répète n fois, de façon indépendante, une expérience aléatoire, la fréquence d'une issue va avoir tendance à se stabiliser lorsque n augmente. La probabilité de l'issue est très proche de la valeur stabilisée observée. Il faut s'assurer que la somme des probabilités fasse 1

On considère l'expérience aléatoire E_1 : "lancer un dé à six faces" que l'on réalise un certain nombre de fois. Voici les résultats ci-contre.

1 Pour $n = 100$, $n = 500$ et $n = 1\ 000$, estimer les probabilités de choisir les faces $n^\circ 1$, $n^\circ 2$, $n^\circ 3$, $n^\circ 4$, $n^\circ 5$ et $n^\circ 6$ du dé.

Nbr d'expériences $E_1 : n$	100	1 000	500
Face $n^\circ 1$	18	165	78
Face $n^\circ 2$	16	189	82
Face $n^\circ 3$	17	187	85
Face $n^\circ 4$	15	169	79
Face $n^\circ 5$	15	174	87
Face $n^\circ 6$	19	116	89

N₄ Équiprobabilité

Modèle : équiprobabilité

Dans un modèle **équiprobarti**, chaque issue a la même probabilité qui vaut :

$$\frac{1}{\text{Nombre d'issues possibles}} = \frac{1}{\text{card}(\Omega)}$$

On dit aussi que c'est une situation d'**équiprobabilité**.

On considère l'expérience aléatoire E_1 : "lancer un dé à six faces". On suppose qu'il s'agisse d'une situation d'équiprobabilité.

1 Pourquoi est-il raisonnable de choisir l'équiprobabilité comme modèle.

2 Quelle est la probabilité d'obtenir la face n°1

3 Quelle est la probabilité d'obtenir la face n°3

4 Quelle est la probabilité d'obtenir la face n°6

N₅ Loi de probabilité

D Loi de probabilité

Une **loi de probabilité** sur un univers Ω associe à chaque issue qui le réalise un nombre compris entre 0 et 1 appelé **probabilité**. La somme des probabilités des issues est 1.

P Propriétés

- Une probabilité valant 1 indique que l'issue se réalise à chaque expérience.
- Une probabilité valant 0 indique que l'issue ne se réalise jamais et ce quel que soit l'expérience.

D Probabilité d'un événement

La **probabilité d'un événement** est la somme des probabilités des issues qui le réalisent. Pour un événement A , on note sa probabilité $P(A)$.

N Notations

- Un événement **impossible** est un événement qui ne se réalise jamais. Sa probabilité vaut 0.
- Un événement **certain** est un événement qui est sûr de se réaliser. Sa probabilité vaut 1.

D Évènement contraire

Soit A un événement. L'évènement **contraire** à A est constitué des issues de Ω ne se réalisant pas dans A et se note \bar{A} . Sa probabilité vaut : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

P Propriété

Si A et B sont deux événements alors : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

On lance un dé équilibré à 20 faces et on note le numéro de la face du dessus. On note A l'évènement : "obtenir un nombre pair" et l'évènement B : "obtenir un nombre multiple de 3".

1 Est-ce une situation d'équiprobabilité ?

2 Déterminer $P(A)$

3 Décrire l'évènement \bar{A} .

4 Déterminer $P(\bar{A})$

5 Décrire l'évènement \bar{B} .

6 Déterminer $P(\bar{B})$

7 Déterminer $P(A \cup B)$ et $P(A \cap B)$. Vérifier la propriété.

8 Décrire les événements $\bar{A} \cup B$, $A \cup \bar{B}$ et $\bar{A} \cup \bar{B}$. Déterminer les probabilités correspondantes.

E₁ **Menus**

Au restaurant scolaire, les élèves ont le choix :

- entre 2 entrées : Artichaut ou Betterave;
- entre 3 plats : Cheval, Daube ou Escalope;
- entre 2 desserts : Fromage ou Gâteau.

Un menu se compose :

- d'une entrée ;
- d'un plat ;
- d'un dessert.

- 1 En utilisant un arbre, représenter tous les menus.
- 2 Combien de menus différents sont possibles ?
- 3 On choisit un menu au hasard. Quelle est la probabilité :
 - a) qu'il comporte une escalope ?
 - b) qu'il comporte de l'artichaut et du fromage ?
 - c) qu'il ne comporte pas de cheval ?

E₂ **Rangement de CD**

Trois CD notés **a**, **b** et **c** ont respectivement des boîtes nommées **A**, **B** et **C**. On range les **3** CD au hasard dans les boîtes sans voir leur étiquette.

- 1 Combien de rangements sont possibles ?
- 2 Quelle est la probabilité :
 - a) que les **3** CD soient bien rangés ?
 - b) qu'exactly **1** CD soit bien rangé ?
 - c) qu'exactly **2** CD soient bien rangés ?
- 3 En déduire la probabilité qu'aucun CD ne soit bien rangé.

E₃ **Ordinateurs**

Une entreprise fabrique des ordinateurs portables. Ils peuvent présenter deux défauts : • un défaut de clavier ou • un défaut d'écran.

Sur un grand nombre d'ordinateurs, une étude statistique montre que : • **2%** présentent un défaut d'écran; • **2,4%** présentent un défaut de clavier; • **1,5%** présentent les deux défauts.

- 1 On choisit au hasard un ordinateur et on considère les événements suivants.
 - **E** : « L'ordinateur présente un défaut d'écran »;
 - **C** : « L'ordinateur présente un défaut de clavier ». Déterminer $P(E)$, $P(C)$ et $P(E \cap C)$.
- 2 On considère les événements suivants.
 - « L'ordinateur présente au moins un défaut »;
 - « L'ordinateur ne présente que le défaut d'écran ». Traduire ces 2 événements à l'aide de **E** et **C**. Calculer leur probabilité.

E₄ **Jetons dans une urne**

Une urne contient 4 jetons : • deux jaunes ; • un rose ; • un violet.

On tire au hasard un jeton de l'urne puis un second sans remettre le premier.

On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

- 1 Représenter cette situation par un arbre. Combien y-a-t-il de tirages possibles ?
- 2 On considère les événements suivants : • **R** : « Le premier jeton tiré est rose » et • **J** : « Le deuxième jeton tiré est jaune »
 - a) Déterminer $P(R)$ et $P(J)$.
 - b) Traduire par une phrase $R \cap J$ puis calculer $P(R \cap J)$. Calculer $P(R \cup J)$.
- 3 On considère l'événement : • **N** : « Aucun jeton tiré n'est jaune »
 - a) Calculer $P(N)$. Exprimer par une phrase \bar{N} puis calculer $P(\bar{N})$.